
ЛЕКЦИЯ 13

РАДИОАКТИВНОСТЬ. ЭФФЕКТ МЕССБАУЭРА. НЕЙТРОНЫ. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

На этой лекции будут рассматриваться **радиоактивность**, α -распад, β -распад и ядерные реакции.

1. Закон радиоактивного распада

Напишем закон радиоактивного распада:

$$dN = -\lambda N dt,$$

где λ — вероятность распада в единицу времени.

Размерность $[\lambda] = c^{-1}$.

Решение уравнения радиоактивного распада есть:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Вводится величина $\tau = \frac{1}{\lambda}$ — **время жизни** данного радиоактивного ядра.

Таким образом, получается:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

2. Активность

Можно ввести еще одно понятие — **период полураспада**. Вводится оно следующим образом:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \exp\left\{\left(-\frac{T_{\frac{1}{2}}}{\tau}\right)\right\} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \tau \ln 2.$$

Так как $\ln 2 = 0,693$, то период полураспада меньше, чем время жизни.

Произведение $\lambda \cdot N$ — **удельная активность радиоактивного препарата**.

На картинке показан пример радиоактивного распада.

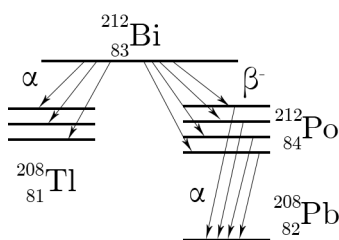


Рис. 13.1

Задача 7.32. Удельная активность

Удельное содержание изотопа ^{14}Ca , усвоенного деревом при его жизни, затем уменьшается вследствие β -распада с периодом полураспада $T_{\frac{1}{2}} = 5700$ лет. Определить возраст t деревянного предмета, обнаруженного при раскопках, если удельная активность ^{14}Ca этого предмета составляет 0,1 от удельной активности свежесрубленного дерева.

Решение.

Ядра ^{14}C получают из азота путем взаимодействия с космическим излучением.

λN — число ядер, распадающихся за одну секунду. Удельная активность — это активность, отнесенная к единице массы.

Известно, что:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

С другой стороны,

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{\lambda N(t)}{\lambda N_0} = 0,1 = e^{-\lambda t},$$

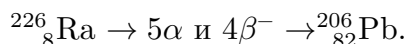
$$\ln 0,1 = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,1}{\lambda} = -\frac{\ln 0,1 T_{\frac{1}{2}}}{\log 2} = 19000 \text{ лет.}$$

Задача 7.55. Распад

Радий-226 за счет последовательных радиоактивных распадов превращается в устойчивый изотоп свинца ^{206}Pb . Какая масса M гелия выделится за время $t = 1$ месяц из $m = 1$ г радия, находящегося в равновесии со своими продуктами распада? Период полураспада ^{226}Ra составляет $T_{\frac{1}{2}} = 1600$ лет.

Решение.

Реакция протекает таким образом:



Выясним, как можно найти количество альфа-распадов между Ra и Pb. Зная, что промежуточные β -распады массу не уносят, для этого нужно из 226 вычесть 206, и результат поделить на 4, так как альфа-частица состоит из 4-х нуклонов. Получается, что было осуществлено 5 альфа-распадов. Считаем, что все продукты распада находятся в равновесии.

Рассчитаем начальное число ядер:

$$N_0 = \frac{N_A m}{A} = 2,7 \cdot 10^{21}.$$

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

За время t распадается:

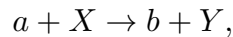
$$N(t) = N_0(1 - \exp\left(-\frac{t \log 2}{T_{\frac{1}{2}}}\right)) \approx N_0 \frac{t \log 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 0,97 \cdot 10^{17}.$$

Отсюда масса равна:

$$M = 5N(t)m_\alpha = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ г}.$$

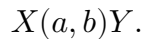
3. Ядерные процессы

Ядерная реакция — это инициированный процесс, значит, нужно приложить усилия, чтобы этот процесс произошел. **Распад** — это самопроизвольный процесс, то есть нестабильные ядра сами по себе распадаются. Это делается с помощью воздействия какими-то частицами. Обычно это нейтроны, протоны, альфа-частицы. Эти частицы называются снарядами. Они падают на ядро-мишень и инициируют этот процесс. Записывается реакция таким образом:



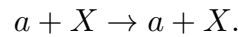
где a — снаряд, X — мишень, b — рожденная частица, Y — новое ядро.

Эта реакция записывается еще таким образом:

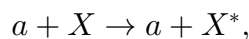


Среди всех этих реакций выделяются две чрезвычайно важные.

Первое — **упругое рассеяние**:



Второе — **неупругое рассеяние**:



где X^* — ядро типа X , но возбужденное.

У этого ядра есть избыток энергии, и оно в дальнейшем может сбрасывать эту энергию.

Обозначим $\frac{dN}{dt} = \dot{N}$ — число успешных событий в 1 см^3 за 1 с. Размерность \dot{N} будет $[\frac{1}{\text{см}^3 \text{ с}}]$. Пусть n_m — концентрация ядер мишени $[\text{см}^{-3}]$. Тогда

$$\dot{N} = \sigma j n_m,$$

где σ — сечение данной реакции (это, в действительности, есть размерная вероятность данного процесса).

Оно выражается в квадратных сантиметрах, или в барнах:

$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2.$$

Опишем этот процесс в динамике. Выделим на глубине x отрезок dx . Из потока рассеиваются частицы (выбывают). Это проиллюстрировано на картинке (13.2).

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

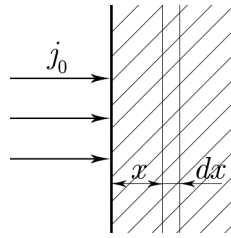


Рис. 13.2

Запишем этот факт:

$$dj = -j(x) \frac{dx}{\lambda},$$

где dj — вероятность вылететь из потока, λ — **длина свободного пробега**.

Вспомним соотношение:

$$\lambda \sigma n = 1.$$

Подставим в соотношение для dj :

$$dj = -n_m \sigma j(x) dx.$$

Тогда для $j(x)$ получаем:

$$j(x) = j_0 e^{-n_m \sigma x}.$$

Расскажем про дифференциальное сечение процесса. Производим реакцию. Она проиллюстрирована на рисунке.

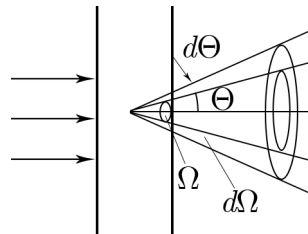


Рис. 13.3

Найдем долю частиц, уходящих в телесный угол $d\Omega$:

$$\dot{N}(\theta) = j n_m d\sigma,$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma(\theta) \left[\frac{\text{см}^2}{\text{стерад}} \right],$$

где $\sigma(\theta)$ — дифференциальное сечение рассеяния.

Поэтому для $\dot{N}(\theta)$ можем написать:

$$\dot{N}(\theta) = j n_m \sigma(\theta) d\Omega.$$



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Задача 8.45. Взаимодействие нейтронов с веществом

При просвечивании детали монохроматическими тепловыми нейтронами с длиной волны $\lambda = 1 \text{ \AA}$ на изображении было обнаружено слабое темное пятно, свидетельствующее о наличии внутри детали инородного включения. Контраст изображения (отношение интенсивностей прошедших нейтронов в области включения к соседним однородным областям) был равен 1,26. Какова должна быть длина волны нейтрона, чтобы контраст возрос до 2? Считать, что сечение взаимодействия нейтронов с веществом носит нерезонансный характер.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Решение.

Тепловой нейтрон — это нейтрон с температурой 300 К. Значит, его энергия равна 0,025 эВ.

$$\text{Контраст} = \frac{I_{\text{прош}}}{I_{\text{сос.одн}}},$$

где через I обозначена интенсивность, $I_{\text{прош}}$ — интенсивность прошедших нейтронов, $I_{\text{сос.одн}}$ — интенсивность соседних однородных частей.

В данной задаче

$$\text{Контраст} = 1,26.$$

После прохождения нейтронов на экране видно светлое пятно. Это проиллюстрировано на картинке (13.4).

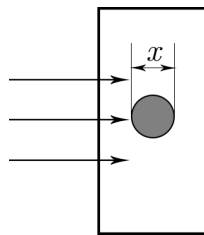


Рис. 13.4

Интенсивность потока нейтронов в разных точках разная.

Найдем необходимую длину волны нейтронов λ_2 для повышения контраста до $k = 2$.

Пусть l — размер детали.

n_1 — концентрация (плотность) ядер.

σ_1 — сечение поглощения деталей.

x — размер «включения».

n_2 — концентрация ядер этого «включения».

σ_2 — сечение поглощения в «включении».

Распишем интенсивность прошедшего потока нейтронов:

$$I_{\text{прош}} = I_0 e^{-n\sigma x},$$

где I_0 — падающий поток.

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{-n_2\sigma_2 x}{-n_1\sigma_1 x} = e^{-x(n_2\sigma_2 - n_1\sigma_1)}.$$

В случаях без резонансных явлений работает **закон Бете**.

Распишем его для нахождения сечения поглощения:

$$\sigma \propto \frac{1}{v} \propto \lambda.$$

$$\Rightarrow \frac{I'_2}{I'_1} = e^{-x(n_2\sigma'_2 - n_1\sigma'_1)} = e^{-xk(n_2\sigma_2 - n_1\sigma_1)} = 1,26^k.$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

По условию задачи:

$$\frac{I'_2}{I'_1} = 2.$$

Ясно, что

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = k = 3 \Rightarrow \lambda_2 = 3 \text{ \AA}.$$

4. Эффект Мессбауэра

Известно, что возбужденный атом излучает фотон на какой-то длине волны.

Это проиллюстрировано на рисунке.

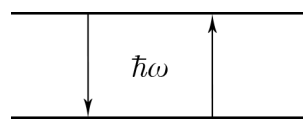


Рис. 13.5

Этот фотон легко поглощается таким же атомом. И этот атом переходит в такое же состояние, как первый возбужденный атом, и может снова излучить такой же фотон. Когда ядро излучает фотон с частотой $\hbar\omega$, происходит реакция отдачи. Значит, часть этой энергии ушла на отдачу. Другое ядро эту энергии (немного уменьшенную из-за отдачи) должно поглощать, после чего перейти в это же начальное состояние первого ядра. Но оно (второе ядро) может не попасть в это состояние из-за нехватки энергии. И это не будет резонансным поглощением. Для фотонов (в области оптики) излучение составляет всего несколько эВ. Эта энергия маленькая, и, соответственно, для атомов проблем с кинетической энергией отдачи не существует, так как ядра излучают энергии порядка несколько МэВ. Поэтому энергия отдачи получается очень большая. Следовательно, эта энергия отдачи не позволяет возбудить второе свободное ядро.

Мессбауэр показал, что существует **резонансное поглощение**, если ядра не изолированы, а входят в состав кристалла. В этом случае поглощение производится не отдельным ядром, а всей структурой ядер.

Посмотрим спектр излучения ядра.

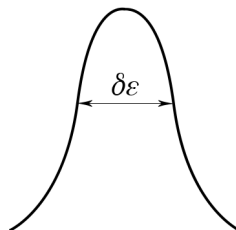


Рис. 13.6

Естественная ширина линии:

$$\delta\epsilon = \frac{\hbar}{\tau}.$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

Однако, если ядро движется, то происходит уширение этой линии. В частности, эффект Доплера уширяет эту линию.

Рассмотрим ${}^{57}_{26}\text{Fe}$. Для нее время жизни равно $\tau = 10^{-7}$ с. А оценка для энергии $\delta\epsilon \approx 6 \cdot 10^{-9}$ эВ.

Посчитаем энергию отдачи. Для этого запишем закон сохранения импульса:

$$P_{яд} = \frac{\hbar\omega}{c}.$$

Кинетическая энергия ядра отдачи:

$$T_{яд} = \frac{P_{яд}^2}{2m} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2mc^2},$$

$$\hbar\omega = 14 \text{ кэВ} \Rightarrow T_{яд} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}.$$

Возбужденный уровень во всех случаях не является точным, а имеет некоторую ширину. Только основной уровень является фундаментальным (точным). Это проиллюстрировано на рисунке (13.7).

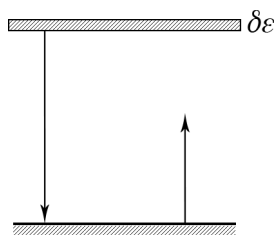


Рис. 13.7

Задача 7.51. Каскадный переход

На спектрометре высокого разрешения GAMS4 в Гренобле (Франция) у изотопа ${}^{49}\text{Ti}$ зарегистрирован каскадный переход из высоковозбужденного в основное состояние с последовательным испусканием двух γ -квантов с энергиями $\epsilon_1 = 5$ МэВ и $\epsilon_2 = 1,5$ МэВ. Прецизионные измерения формы линии ϵ_2 показали, что она имеет ширину $\Delta\epsilon = 400$ эВ. Оценить время жизни уровня с энергией ϵ_2 . Учесть, что детектор спектрометра регистрирует γ -излучение в узком телесном угле вблизи нормали к окну детектора.

Решение.

Каскадный переход проиллюстрирован на картинке (13.8).

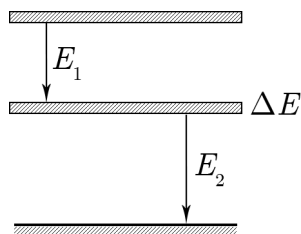


Рис. 13.8

Сначала ядро было неподвижно. После излучения оно пришло в движение. Впоследствии движущееся ядро еще раз излучает. Этих ядер очень много.

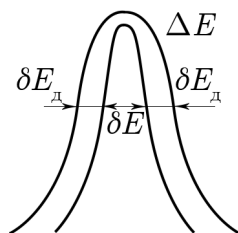


Рис. 13.9

Излучения проиллюстрированы на картинке (13.9).

ΔE — это не естественная ширина. Следовательно, нужно найти δE . С обеих сторон от δE — это доплеровское уширение.

Найдем время жизни:

$$\tau_{E_2} = \frac{\hbar}{\delta E}.$$

Найдем доплеровскую добавку.

Из закона сохранения импульса находим:

$$P_{яд} = \frac{E_1}{c}.$$

Движущееся после первого излучения ядро излучает с частотой ω_2 . Доплеровский сдвиг получаем из нерелятивистской формулы для эффекта Доплера:

$$\Delta\omega = \omega_2 \frac{v}{c}.$$

$$\Rightarrow \hbar\omega_2 = \Delta(\hbar\omega_2) = \hbar\omega_2 \frac{v}{c} = \hbar\omega_2 \frac{mv}{mc} = \hbar\omega_2 \frac{P_{яд}}{mc} = E_2 \frac{E_1}{mc^2} \delta E_{дон} = \frac{E_1 E_2}{mc^2} = 160 \text{ эВ}.$$

Найдем естественную ширину линии:

$$\delta E = \Delta E - 2\delta E_{дон} = 80 \text{ эВ}.$$

Подставим δE в формулу для времени жизни:

$$\tau_{E_2} = \frac{\hbar}{\delta E} \approx 10^{-17} \text{ с}.$$

Задача 7.10. К-захват

В 1942 г. американский физик Аллен измерил максимальную энергию ϵ_0 атомов ${}^7\text{Li}$, образующихся в результате K -захвата в ядре ${}^7\text{Be}$, и она оказалась равной 50 эВ. Оценить на основе этих данных разность масс атомов ${}^7\text{Be}$ и ${}^7\text{Li}$.

Решение.

Скажем пару слов про **К-захват**. Это случай бета-распада, когда ядро неспособно сбросить избыток энергии.

Нарисуем волновую функцию **К-электрона**.

Электрон теоретически может попасть в ядро. Когда электрон попадает в ядро, последнее поглощает его, и переходит в стабильное состояние.

Схема выглядит следующим образом:

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

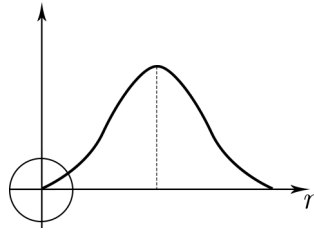


Рис. 13.10



Энергия ${}^7_3\text{Li}$ равна:

$$E_0 = 50 \text{ эВ}.$$

Требуется найти $(m_{\text{Be}} - m_{\text{Li}})c^2$.

Воспользуемся уже написанной схемой реакции.

Будем считать, что нейтрино не безмассовая частица (ультрарелятивистская):

$$P_{\text{Li}} = \sqrt{2mE_0} = p_\nu,$$

$$\frac{E_\nu}{E_0} = \frac{p_\nu c}{E_0} = \frac{\sqrt{2mc^2 E_0}}{E_0} = \sqrt{\frac{2mc^2}{E_0}} \gg 1,$$

$$m_{\text{Be}}c^2 = m_{\text{Li}}c^2 + E_0 + E_\nu \Rightarrow \Delta mc^2 = (m_{\text{Be}}c^2 - m_{\text{Li}}c^2) = E_0 + E_\nu.$$

В последней формуле E_0 можем пренебречь.

Тогда получается:

$$E_\nu^2 = p^2 c^2,$$

$$\Delta mc^2 = \sqrt{p^2 c^2} = \sqrt{2mc^2 E_0} = 0,8 \text{ МэВ}.$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu