

---

---

## ЛЕКЦИЯ 14

---

# ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ (ПРОДОЛЖЕНИЕ). ДЕЛЕНИЕ ЯДЕР

### Задача 8.11. Энергия нейтронов

Исследование структуры жидкого или твердого  ${}^3\text{He}$  с помощью пропускания нейтронов через слой вещества затруднено из-за большой величины сечения экзотермической реакции  ${}^3\text{He}(n,p){}^3\text{H}$ , и для нейтронов с энергией 300 К оно равно  $\sigma_0 = 5400$  бн. Определить энергию нейтронов, с помощью которых можно изучать слои  ${}^3\text{He}$  толщиной  $d = 1$  мм, чтобы проходило не менее 10% от потока падающих нейтронов. Концентрация ядер  ${}^3\text{He}$   $n = 10^{22}$  см $^{-3}$ .

**Решение.**

Процесс **нерезонансный**.

Запишем **закон Бете**:

$$\sigma \propto \frac{1}{v} \sim \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Нарисуем картинку прохождения потока нейтронов через слой.

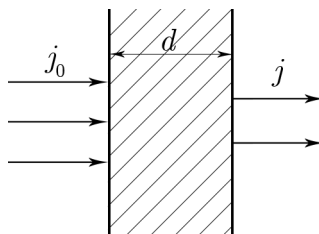


Рис. 14.1

После прохождения через слой поток нейтронов ослабляется.

Напишем формулу для отношения потоков:

$$\frac{j}{j_0} = e^{-n\sigma d},$$

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки.  
Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

2

где  $\sigma$  — сечение соответствующей реакции.

Отсюда находим  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{1}{nd} \cdot \ln \frac{j}{j_0}.$$

Требуется, чтобы через этот слой проходило 10 процентов нейтронов:

$$\sigma = \ln \frac{10}{10^{22} \cdot 0,1} = 2,3 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2.$$

Исходя из закона Бете можем написать:

$$\frac{E}{E_0} = \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^2 \Rightarrow E = E_0 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^2 = 0,14 \text{ эВ}.$$

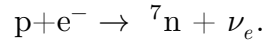
Это соответствует температуре  $T = 1625 \text{ К}$ .

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой.  
Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

### Задача 8.59. К-захват

Время жизни ядра  ${}_{18}^{37}\text{Ag}$  из-за К-захвата составляет  $\tau_0 = 32$  суток. На основе этого факта оценить эффективное сечение  $\sigma$  слабого взаимодействия в реакции.



#### Решение.

${}_{18}^{37}\text{Ag}$  имеет 18 протонов и 19 нейтронов.

В результате слабого взаимодействия протона с электроном  $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ . Слабое взаимодействие характеризуется малым сечением реакции. Сечение — это на самом деле есть вероятность этого процесса, выраженное в  $\text{см}^2$ .

Нарисуем плотность вероятности **К-электрона** в атоме водорода.

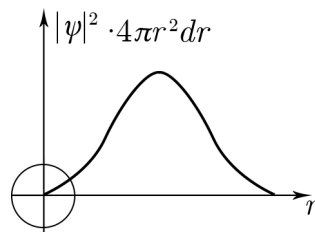


Рис. 14.2

Как видно, электрон может оказаться внутри ядра. Электрон «размазан» по ядру, а не вращается на какой-то конкретной орбите. А максимум этой вероятности находится на **боровской орбите**.

Найдем концентрацию протонов в ядре.

$$n = \frac{z}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{я}}^3} = \frac{z}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} \approx 5,3 \cdot 10^{37} \text{ см}^{-3}.$$

Напишем формулу для концентрации, сечения процесса и длины свободного пробега:

$$n\sigma\lambda = 1 \quad \Rightarrow \quad \sigma \frac{1}{n\lambda} = \frac{1}{n \cdot v \cdot \tau}.$$

Это записано для одного электрона. А в данной задаче два К-электрона. Исходя из этого, длина свободного падения меняется:

$$\lambda = 2v\tau.$$

Соответственно, формула для сечения реакции меняется:

$$\sigma = \frac{1}{n \cdot 2 \cdot v \cdot \tau},$$

$\tau$  — это есть проведенное время электрона в ядре за 32 дня.

Для  $\tau$  можем записать:

$$\tau = \tau_0 \frac{R_{\text{я}}^3}{r_1^3}.$$

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

Оценим радиусы:

$$R_{\alpha} = 1,3 \cdot 10^{-13} A^{\frac{1}{3}} = 4,3 \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

$$r_1 = \frac{r_B}{z-1} = 3,1 \cdot 10^{-10} \text{ см}.$$

В последней формуле вместо  $z$  пишется  $z-1$  из-за частичной экранировки вторым электроном.

Посчитаем  $\tau$ :

$$\tau = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Оценим скорость электрона:

$$\frac{mv^2}{2} = R_y z - 1^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2R_y}{m}(z-1)} = 3,7 \cdot 10^9 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

Вычислим  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{1}{2nvt} = 3,4 \cdot 10^{-46} \text{ см}^2.$$

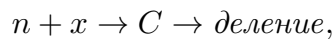
Получена правдоподобная оценка  $\sigma \propto 10^{-46} \text{ см}^2$ .

#### Задача 9.4. Эффективное сечение деления

Оценить эффективное сечение деления ядра  ${}_{92}^{235}\text{U}$  нейтронами с энергиями 0,025 эВ (тепловые нейтроны) и 10 кэВ. Считать, что сечение деления равно сечению образования составного ядра. Ядерный потенциал аппроксимировать прямоугольной потенциальной ямой глубиной 40 МэВ.

**Решение.**

Характер этих явлений нерезонансный. Значит, можно воспользоваться законом Бете. Эти реакции проходят через **составное ядро**.



где  $C$  — составное ядро.

Запишем дебройлевскую длину волны электрона.

$$\lambda \frac{\hbar}{\sqrt{2m\epsilon}} = 8,6 \cdot 10^{-10} \text{ см}.$$

Посчитаем радиус урана:

$$R_U = 1,3 \cdot 10^{-13} A^{\frac{1}{3}} = 8 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

Видно, что:

$$\lambda \gg R_U.$$

Сечение этого процесса определяется исключительно длиной волны нейтрона.

Сечение образования составного ядра:

$$\sigma = \sigma_{\max}^{\text{нейтр}} \cdot D,$$

$$\sigma_{\max}^{\text{нейтр}} = \pi \lambda^2 = \frac{\pi}{k^2}.$$

Найдем коэффициент прохождения.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

Для этого нарисуем потенциальную яму. Она представлена на рисунке (14.3).

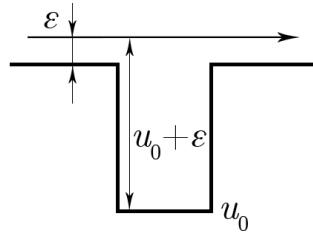


Рис. 14.3

Ранее был получен коэффициент прохождения:

$$D = \frac{4kk'}{k + k'^2},$$

где

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}; \quad k' = \frac{\sqrt{2m(E + U_0)}}{\hbar}.$$

Энергия  $E$  ничтожна по сравнению с  $U_0$ , поэтому можно принять:

$$k' = \frac{\sqrt{2mU_0}}{\hbar} \gg k.$$

Отсюда следует, что:

$$D \approx \frac{4k}{k'}.$$

Подсчитаем  $k$  и  $k'$ :

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = 0,35 \cdot 10^9 \text{ см}^{-1},$$

$$k' = \frac{\sqrt{2m(E + U_0)}}{\hbar} = 13,9 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}.$$

Таким образом, для коэффициента прохождения получаем оценку:

$$D \approx \frac{4k}{k'} = 10^{-4}.$$

Это есть вероятность пролетания через яму за один раз.

Тогда искомое сечение будет:

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \frac{4k}{k'} = \frac{4\pi}{kk'} = 26 \cdot 10^{-22} \text{ см}^2 = 2600 \text{ бн}.$$

По условию задачи предполагается, что сечение образования составного ядра, что представляет из себя сечение захвата, равно сечению деления. Было рассчитано сечение образования составного ядра. В действительности максимальное сечение, полученное через закон Брейта–Вигнера, надо также умножить на вероятность попасть в ядро.

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



**Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).**

Причем присутствуют другие понижающие явления (центробежные барьеры, и т. д.), но эти эффекты в законе Брейта – Вигнера не учитываются.

Кстати, если система вернется к начальному состоянию после образования составного ядра (т. е. если нейтрон войдет в составное ядро, и выйдет из него), то нужно максимальное сечение умножить на  $D^2$  вместо  $D$ , потому что нейтрон после выхода из составного ядра должен снова преодолеть этот барьер. Записывается это таким образом:

$$\sigma_n = \sigma_{\text{сост}} \cdot D^2.$$

### Задача 9.5. Эффективное сечение деления

Сечение деления  $^{238}\text{U}$  быстрыми нейтронами с энергией  $\epsilon = 5$  МэВ равно  $\sigma(n, f) = 0,5$  бн. Какова относительная вероятность этого нерезонансного процесса по отношению ко всем процессам, идущим через компаунд-состояние? Глубину потенциальной ямы ядра урана принять равной  $U = 50$  МэВ.

#### Решение.

Обозначим  $\sigma(n, f)$  — сечение деления нейтронами.

Помимо  $^{235}\text{U}$ , который является актуальным для реакций деления, существует  $^{238}\text{U}$ . В природе  $^{235}\text{U}$  встречается в 0,7 % случаев. Поэтому уран обогащают. Это означает добывание  $^{235}\text{U}$  (более легкие ядра) из  $^{238}\text{U}$ .

Радиус  $^{238}\text{U}$ :

$$R = 1,3 \cdot \sqrt[3]{238} = 8,1 \text{ фм} = 8,1 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Длина волны нейтрона:

$$\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}} = 2 \text{ фм.}$$

Распишем коэффициент прохождения:

$$D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}.$$

Для нахождения коэффициента прохождения найдем  $k_1$  и  $k_2$ :

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E + U_0)} = 16,3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1},$$

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} = 4,9 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}.$$

Подсчитаем коэффициент прохождения:

$$D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} = 0,71.$$

Так как радиус и длина волны нейтронов соизмеримы, то геометрическое сечение образования составного ядра рассчитывается по формуле:

$$\sigma_c = \pi(R + \lambda)^2 D = 2,3 \text{ бн.}$$

Очевидно, что

$$\frac{\Gamma_{\text{дел}}}{\Gamma_{\text{сост}}} = \frac{\sigma_{\text{дел}}}{\sigma_{\text{сост}}} \approx 0,2.$$



**Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)**

## 1. Резонансные реакции

Теперь рассмотрим резонансные явления.

Нарисуем состояния ядра.

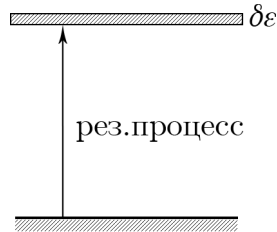


Рис. 14.4

Обычно возбужденное состояние имеет свою ширину. Эта ширина определяет время жизни в этом состоянии. Если окажется, что налетающий нейтрон, попавший в данное ядро, обладает такой энергией, которая достаточна для перевода ядра из основного состояния в возбужденное, то это будет называться **резонансным процессом**.

Для описания этих резонансных явлений удобна **формула Брейта – Вигнера** для сечения таких процессов:

$$\sigma_{a,b} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_{рез})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$

$$\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b,$$

где a и b — это два разных процесса.

Сечения упругих и неупругих процессов даются формулами:

$$\sigma_{упр} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_{упр}^2}{(E - E_{рез})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$

$$\sigma_{неупр} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_{упр} \Gamma_{неупр}}{(E - E_{рез})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

где  $\Gamma$  — это вероятность соответствующих каналов:

$$\Gamma = \Gamma_{упр} + \Gamma_{неупр}.$$

Упругие реакции встречаются в чистом виде. А неупругие процессы сами по себе не бывают, их обязательно сопровождает упругий процесс.

В случае, когда  $E = E_{рез}$ , можем написать:

$$\sigma_{max}^{упр} = 4\pi \lambda^2 \sigma_{max}^{неупр} = \pi \lambda^2.$$



### Задача 8.68. Распад

При облучении ядра  $^{115}\text{In}$  нейтронами с энергией  $\epsilon_n = 1,44$  эВ происходит их резонансное поглощение. Распад составного ядра происходит по двум каналам — радиационному (с испусканием  $\gamma$ -квантов) и упругому (с вылетом нейтрона). Полное сечение этой реакции равно  $\sigma_{\text{полн}} = 2,7 \cdot 10^4$  бн. Ширина нейтронного канала распада  $\Gamma_n = 1,2 \cdot 10^{-3}$  эВ. Оценить среднее время жизни составного ядра относительно испускания  $\gamma$ -квантов, считая, что  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ . Частицы считать бесспиновыми.

#### Решение.

Будем считать, что  $E = E_{\text{рез}}$ :

$$\sigma_{n,\gamma} = \pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_{\text{рез}})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$

$$E = E_{\text{рез}} \Rightarrow \sigma_{n,\gamma} = \pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{\frac{\Gamma^2}{4}}.$$

Это соотношение можно вывести из простых соображений, рассматривая колебательный контур. В случае колебательного контура при резонансных явлениях присутствует резонансная кривая. Энергия (частота) резонирует. Процессы идентичны.

В конце концов, получается:

$$\sigma_{n,\gamma} = 4\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(\Gamma_n + \Gamma_\gamma)^2}.$$

По условию  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ .

$$\Rightarrow \sigma_{n,\gamma} \approx 4\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma_\gamma} = \sigma_{\text{полн}}.$$

Возможны два процесса. Требуется найти  $\sigma_\gamma$  — сечение образования составного ядра.

$$\sigma_\gamma = \sigma_c \cdot W_\gamma = \sigma_c \cdot \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma_\gamma + \Gamma_n} = \sigma_c = \sigma_{\text{полн}},$$

$$\sigma_{\text{полн}} \approx \sigma_c \approx 4\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma_\gamma} \Rightarrow \Gamma_\gamma = 4\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n}{\sigma_{\text{полн}}}.$$

Напишем оценку для времени жизни в этом состоянии:

$$\tau_\gamma = \frac{\hbar}{\Gamma_\gamma}.$$

Можно также написать следующую оценку:

$$\tau_\gamma = \frac{\hbar}{2\Gamma_\gamma}.$$

Так как это является оценкой, то разница между этими двумя формулами для оценки для времени жизни не существенна.





**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки.  
Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

Подставим  $\Gamma_\gamma$  в формулу для оценки для времени жизни в этом состоянии:

$$\tau_\gamma = \frac{\hbar}{\Gamma_\gamma} = \frac{\hbar\sigma_{\text{полн}}}{24\pi\lambda^2\Gamma_n}.$$

Напомним, что

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\epsilon}}.$$

Время жизни:

$$\tau_\gamma = \frac{mE\sigma_{\text{полн}}}{4\pi\hbar\Gamma_n} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ с.}$$

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой.  
Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)