
ЛЕКЦИЯ 1

КИНЕМАТИКА. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА. УГЛЫ ЭЙЛЕРА

Данный курс посвящён теоретической механике.

Определение 1: Механика — это наука, которая изучает движение и взаимодействие материальных тел. ♣

Определение 2: Теоретическая, или рациональная механика — это учение о движении, производимом какими бы то ни было силами, и о силах, необходимых для того, чтобы произвести какое-либо движение, точно изложенная и доказанная. ♣

Предметами изучения теоретической механики не являются реальные материальные тела. Будут изучаться модели, такие как материальные точки. Будем предполагать, что скорости, с которыми движутся материальные частицы, существенно меньше скорости света, так что релятивистские эффекты рассматриваться не будут. Теоретическая механика — это механика макромира, и квантовые эффекты также рассматриваться не будут.

Методически принято разделять курс теоретической механики на два больших раздела — **кинематику** и **динамику**. Кинематика изучает движение с геометрической стороны и оперирует такими понятиями, как **траектория**, **скорость**, **ускорение**. Динамика изучает движение в связи с силами, которые его вызывают или изменяют. Кинематику можно назвать вспомогательным разделом, хотя и очень важным, ведь динамика базируется на её математическом аппарате. Она и будет рассматриваться в данном курсе первой.

Когда речь идёт о движении, возникает понятие **пространства**. Пространство в теоретической механике считается однородным, изотропным, трёхмерным, евклидовым. Свойства пространства никак не зависят от наличия и движения находящейся в нём материи.



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Время — это однородная непрерывно изменяющаяся величина, одинаковая всюду. Оно тоже не зависит от наличия и движения материальных частиц. Время обычно обозначается буквой t . Если имеется некая функция $f = f(t)$, то её производная будет обозначаться $\dot{f} = \frac{df}{dt}$. Можно принимать некоторое значение t за начальное, можно рассматривать фиксированные интервалы времени $t_1 < t < t_2$, в том числе и бесконечные: $-\infty < t < \infty$.

В кинематике можно условно принять одно тело за неподвижное и рассматривать движение всех остальных тел относительно этого тела. Систему координат, связанную с этим условно-неподвижным телом, будем называть **абсолютной системой координат**.

Определим понятие материальной точки.

Определение 3: Материальная точка — это материальный объект, размерами и вращением которого в данной задаче можно пренебречь. ♣

Например, движущийся космический корабль для наблюдателя, находящегося на Земле, является материальной точкой. Для него важны координаты этого корабля. Хотя корабль имеет пространственную протяжённость, его размерами для определения координат можно пренебречь. Если задача состоит в ориентировании корабля на определённый объект, например, на звёзды или на Землю, то его вращением пренебрегать нельзя, и корабль уже нельзя считать материальной точкой. В теоретической механике материальная точка — это геометрическая точка, наделённая механическими свойствами. Эти свойства будут рассматриваться в разделе динамики; главное из них — свойство инерции.

Определение 4: Траектория точки — это геометрическое место последовательных положений движущейся точки. ♣

Если на некотором интервале времени движение происходит по прямой, то это движение называется **прямолинейным** на данном интервале времени. Если траектория представляет собой дугу окружности, то такое движение называется **круговым** на данном интервале времени.

Определение 5: Материальная система — это каким-либо образом выделенная совокупность материальных точек. ♣

Задать движение материальной точки в кинематике означает дать способ определения положения точки в любой момент времени. Задачи кинематики состоят в разработке способов задания движения точек материальной системы и методов определения траекторий, скоростей, ускорений и, может быть, других кинематических величин. Рассмотрим несколько способов задания движения материальной точки.

1). **Векторный способ** задания движения.

Выберем начало координат O . Движущуюся точку будем обозначать P . Радиус-вектор точки P — \vec{r} . Если задана вектор-функция $\vec{r} = \vec{r}(t)$, то движение точки задано векторным способом. Чаще всего будет предполагаться, что эта функция дважды непрерывно дифференцируема по времени. Траектория — это геометрическое место точек окончания радиус-вектора \vec{r} . Скорость определяется как $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. Она направлена



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

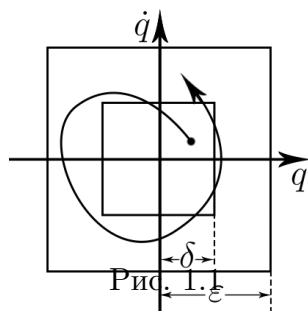
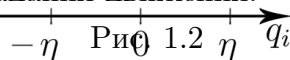


Рис. 1.

по касательной к траектории. Ускорение будем обозначать как w . Она определяется так: $\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Если движение происходит с постоянной по модулю скоростью, то движение называется **равномерным**.

2). **Координатный способ** задания движения.



Выберем декартову систему координат $Oxyz$. Построим единичные векторы \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} по осям x , y и z соответственно. Тогда радиус-вектор точки P можно выразить через единичные вектора: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Если заданы функции $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, то в декартовой системе координат $Oxyz$ движение задано координатным способом. Скорость $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$, где $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$, $v_z = \dot{z}$. Модуль скорости $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Ускорение $\vec{w} = w_x\vec{i} + w_y\vec{j} + w_z\vec{k}$, где $w_x = \ddot{x}$, $w_y = \ddot{y}$, $w_z = \ddot{z}$. Модуль ускорения $|\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}$.

Кроме декартовой системы координат можно ввести также и другие системы координат. В общем случае такие координаты называются криволинейными. Зададим три параметра q_1, q_2, q_3 . Если функция этих параметров однозначно определяет положение точки в пространстве в каждый момент времени, то движение задано в криволинейных координатах. Подробно они рассматриваться не будут, кроме одной, важнейшей системы координат — **полярной системы координат**.

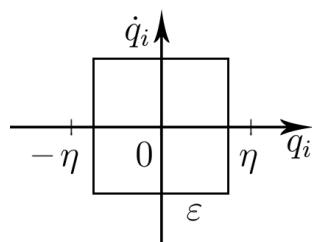


Рис. 1.3

Рассмотрим движение материальной точки в плоскости с декартовыми координатами x, y . Если x и y , заданы, то вектор скорости $\vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$, вектор ускорения $\vec{w} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix}$. Можно ввести полярные координаты. Пусть положение точки определяется её расстоянием до начала координат r и углом ϕ , отсчитываемым от оси x (рис.1.3). Если заданы функции $r = r(t)$, $\phi = \phi(t)$, то движение точки задано в полярных координатах. Найдём выражения для вектора скорости и вектора ускорения в полярных координатах.

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi. \quad (1.1)$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Введём единичный вектор \vec{e}_r — продолжение радиус-вектора \vec{r} . $\vec{e}_r = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}$. Проведём перпендикуляр к \vec{e}_r и построим единичный вектор \vec{e}_ϕ , направленный в сторону возрастания угла ϕ . Тогда $\vec{e}_\phi = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix}$. Разложим вектор скорости по \vec{e}_r и \vec{e}_ϕ : $\vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_\phi \vec{e}_\phi$. v_r называется **радиальной скоростью**, а v_ϕ — **трансверсальной скоростью**. Аналогично для ускорения: $\vec{w} = w_r \vec{e}_r + w_\phi \vec{e}_\phi$, где w_r — **радиальное ускорение**, а w_ϕ — **трансверсальное ускорение**. Выразим величины v_r , v_ϕ , w_r и w_ϕ через r и ϕ .

$$v_r = (\vec{v}, \vec{e}_r), \quad v_\phi = (\vec{v}, \vec{e}_\phi); \quad (1.2)$$

$$w_r = (\vec{w}, \vec{e}_r), \quad w_\phi = (\vec{w}, \vec{e}_\phi). \quad (1.3)$$

Вычислим \dot{x} , \dot{y} , \ddot{x} и \ddot{y} .

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \phi - r \dot{\phi} \sin \phi, \quad \dot{y} = \dot{r} \sin \phi + r \dot{\phi} \cos \phi. \quad (1.4)$$

Отсюда

$$\boxed{v_r = \dot{r}, \quad v_\phi = r \dot{\phi}.} \quad (1.5)$$

$$\ddot{x} = (\ddot{r} - r \dot{\phi}^2) \cos \phi - (r \ddot{\phi} + 2\dot{r} \dot{\phi}) \sin \phi, \quad (1.6)$$

$$\ddot{y} = (\ddot{r} - r \dot{\phi}^2) \sin \phi + (r \ddot{\phi} + 2\dot{r} \dot{\phi}) \cos \phi. \quad (1.7)$$

$$\boxed{w_r = \ddot{r} - r \dot{\phi}^2} \quad \boxed{+ 2\dot{r} \dot{\phi}.} \quad (1.8)$$

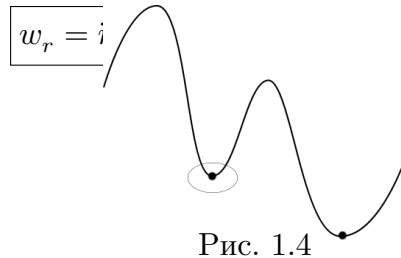


Рис. 1.4

Процедура получения в разных системах координат векторов скорости и ускорения довольно несложная, и подобная задача есть в домашнем задании.

Кратко опишем цилиндрическую и сферическую системы координат, не приводя вывода соответствующих величин.

В цилиндрической системе координат используются параметры z , r и ϕ , где r и ϕ — полярные координаты на плоскости Oxy (рис.1.4). Тогда, как и раньше, $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$, $z = z$. Если заданы функции $r = r(t)$, $\phi = \phi(t)$, $z = z(t)$, то движение точки задано в цилиндрических координатах. Аналогично случаю полярных координат, можно ввести единичные векторы $\vec{e}_z \equiv \vec{e}_k$, \vec{e}_r и \vec{e}_ϕ . Заметим, что они ортогональны друг другу. Тогда $v_r = \dot{r}$, $v_\phi = r \dot{\phi}$, $v_z = \dot{z}$.

В сферической системе координат положение точки определяется расстоянием r от начала координат, углом θ между радиус-вектором и осью z , и углом ϕ между проекцией \vec{r} на плоскость Oxy и осью x (рис. 1.5). Опять введём единичные векторы \vec{e}_r , \vec{e}_θ и \vec{e}_ϕ . Все три вектора единичных снова ортогональны друг другу, $v_r = \dot{r}$, $v_\phi = r \sin \theta \dot{\phi}$, $v_\theta = r \dot{\theta}$. Чтобы вычислять скорость и ускорение в сферической системе, удобно менять тот из них, составляющую по которому нужно вычислить, а оставшиеся два параметра зафиксировать.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

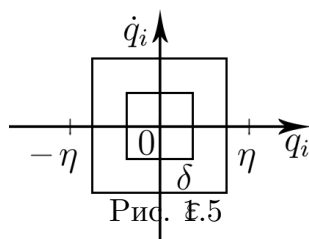


Рис. 1.5

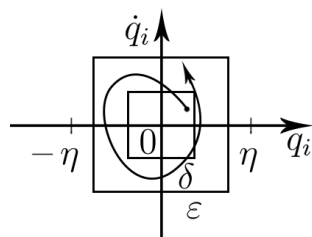


Рис. 1.6

3). Естественный способ задания движения.

Пусть в пространстве задана траектория движения точки. Точка O — это начало координат. Выберем на траектории точку O_1 , которую примем за начальную. В текущий момент времени движущаяся материальная точка находится в точке P с радиус-вектором \vec{r} . Обозначим длину дуги O_1P как σ . σ может быть как положительной, так и отрицательной, в зависимости от положения относительно O_1 . Если вместе с траекторией задана функция $\sigma = \sigma(t)$, то движение материальной точки задано естественным способом. Будем предполагать, что $\sigma(t)$ дважды непрерывно дифференцируема по времени.

В свою очередь, $r = r(\sigma)$. Существуют формулы, связывающие параметры криволинейного движения. **Единичный касательный вектор** к траектории τ :

$$\frac{d\vec{r}}{d\sigma} \quad (1.9)$$

Он направлен по касательной в сторону возрастания σ .

Единичный вектор главной нормали \vec{n} :

$$\frac{d\vec{\tau}}{d\sigma} = \frac{1}{\rho} \vec{n}, \quad (1.10)$$

где ρ — **радиус кривизны** траектории в точке P .

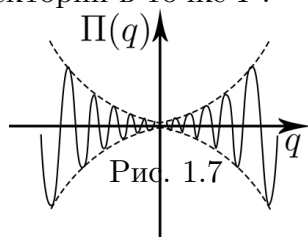


Рис. 1.7

Формулы (1.9) и (1.10) называются **формулами Френе**. Они могут быть известны с курса математического анализа. Радиус кривизны имеет ясный геометрический смысл: радиус кривизны траектории, являющейся окружностью радиусом a , равен a , а радиус кривизны в любой точке прямой равен бесконечности.

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Вектор \vec{n} ортогонален $\vec{\tau}$. Плоскость, содержащая $\vec{\tau}$ и \vec{n} , называется **сопровождающей плоскостью**. Также её можно получить, взяв 3 точки на траектории и устремив к расстоянию σ между ними к нулю. В пределе плоскость, проведённая через эти 3 точки, и будет сопровождающей плоскостью.

Также существует **единичный вектор бинормали** \vec{b} . Он ортогонален $\vec{\tau}$ и \vec{n} ; вектора $\vec{\tau}$, \vec{n} и \vec{b} образуют правую тройку. Система этих трёх единичных векторов называется **трёхгранником Френе**.

Получим разложение вектора скорости и ускорения по векторам $\vec{\tau}$, \vec{n} и \vec{b} .

Как известно, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, но r есть функция σ , а σ — функция t . Значит, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \dot{\sigma} = \dot{\sigma} \vec{\tau}$, согласно (1.9). Поэтому можно написать, что $\vec{v} = v_{\tau} \vec{\tau}$, где $v_{\tau} = \dot{\sigma}$. Таким образом, вектор скорости направлен по касательной к траектории в сторону $\vec{\tau}$, если $\dot{\sigma} > 0$, и в обратную сторону, если $\dot{\sigma} < 0$. Модуль скорости $v = |\dot{\sigma}|$.

Ускорение $\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{v}_{\tau} \vec{\tau} + v_{\tau} \frac{d\vec{\tau}}{d\sigma} \dot{\sigma}$. Так как $v_{\tau} = \dot{\sigma}$, то, согласно (1.10), $\vec{w} = \ddot{\sigma} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$.

Введём обозначения $\vec{w}_{\tau} = \ddot{\sigma} \vec{\tau}$, $\vec{w}_n = \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$. \vec{w}_{τ} называется **касательным**, или **тангенциальным ускорением**; оно параллельно $\vec{\tau}$, направление зависит от знака $\ddot{\sigma}$. \vec{w}_n называется **нормальным ускорением**. Таким образом, $\vec{w} = \vec{w}_{\tau} + \vec{w}_n$. $w = \sqrt{w_{\tau}^2 + w_n^2}$.

Теорема 1 (Теорема Гюйгенса о разложении полного ускорения на тангенциальное и нормальное) Вектор ускорения не имеет составляющей по бинормали, он лежит в соприкасающейся плоскости и разлагается на две ортогональные составляющие — \vec{w}_{τ} и \vec{w}_n . *

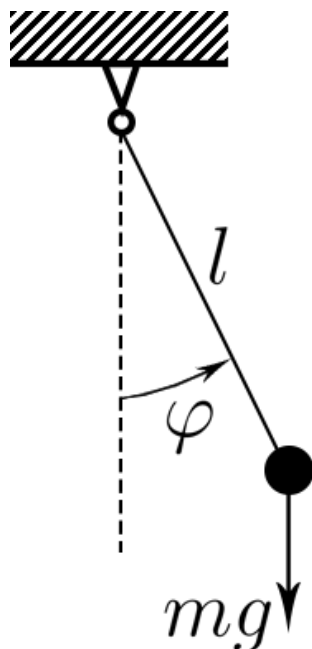


Рис. 1.8

Рассмотрим пример кругового движения. Пусть точка движется по окружности (рис. 1.8). $\sigma = r\phi$, $v_{\tau} = R\dot{\phi}$. Ускорение $\vec{w} = R\ddot{\phi} \vec{\tau} + R\dot{\phi}^2 \vec{n}$. Величину $\omega = \dot{\phi}$ называют



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

угловой скоростью при движении по окружности. Это понятие обычно применяется к твёрдому телу, в данном случае можно говорить о вращении с угловой скоростью радиус-вектора OP . $\epsilon = \ddot{\phi}$ называется **угловым ускорением**. Тогда $w = R\sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{w_\tau}{w_n} = \frac{|\epsilon|}{\omega^2}$. Если на данном интервале времени $\epsilon = 0$, то точка описывает равномерное движение по окружности. В этом случае существует только нормальная составляющая ускорения, и полное ускорение направлено к центру окружности.

Разъясним кинематический смысл тангенциального и нормального ускорения. Если вектор меняется со временем, значит, либо меняется его длина, либо его направление, либо и то, и другое. Теорема Гюйгенса говорит о том, что за изменение модуля скорости отвечает тангенциальное ускорение, а за изменение направления этого вектора — нормальное ускорения.

Перейдём к более сложному вопросу — к **кинематике твёрдого тела**.

Определение 6: Твёрдое тело — это такая материальная система, расстояние между точками которой в данной задаче неизменно. ♣

В данной лекции будет рассматриваться только вопрос о конечных перемещениях твёрдого тела. Скорость и ускорение твёрдого тела будут рассматриваться на следующих лекциях.

Даны два положения твёрдого тела: начальное и конечное. Между ними оно как-то двигалось, но пока будем оперировать только начальным и конечным положениями.

Определение 7: Поступательное перемещение твёрдого тела — это такое перемещение, при котором перемещения всех точек твёрдого тела геометрически равны. ♣

Определение 8: Вращение — это такое перемещение, при котором конечное положение твёрдого тела получается путём поворота тела вокруг некоторой неподвижной оси. Сама эта ось называется **осью вращения**. ♣

Например, дверь при открытии/закрытии совершает вращение вокруг оси, проходящей через её петли.

Ось вращения не обязательно должна проходить через вращающееся вокруг неё тело. В кинематике твёрдое тело часто представляется бесконечным, занимающим всё пространство. Поворот твёрдого тела — это поворот всего пространства и системы координат, связанной с твёрдым телом.

Определение 9: Винтовое перемещение — это совокупность поступательного перемещения и вращения, причём поступательное перемещение происходит вдоль оси вращения. ♣

Пример: гайка в резьбе при закручивании совершает винтовое перемещение.

Рассмотрим **векторно-матричный способ** задания движения твёрдого тела.

Пусть в абсолютном пространстве имеется система координат. Чтобы показать, что эта система неподвижна, будем обозначать её начало как O^* . Обозначим её оси как X , Y и Z . Саму систему будем обозначать S^* . В этом абсолютном пространстве движется твёрдое тело. Выберем в этом теле произвольную точку O и назовём её **полюсом**. Её радиус-вектор $\vec{R}_O = \vec{O^*O}$. В точке O также построим систему координат $OXYZ$, которая

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

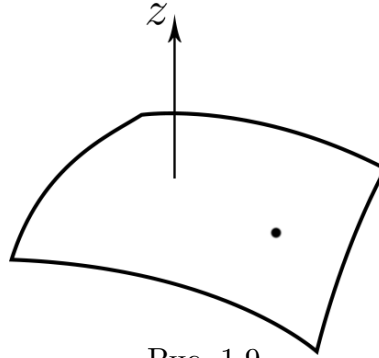


Рис. 1.9

движется поступательно относительно системы координат S^* , и назовём её S . В точке O также построим систему координат $Oxyz$ с осями x , y и z , которые не совпадают с осями X , Y и Z . Эта система жестко связана с телом и вращается вместе с ним. Обозначим эту систему S' . Таким образом, движение твёрдого тела разделено на две составляющие — поступательное движение полюса и вращение трёхгранника, образуемого осями x , y и z .

Пусть P — одна из точек твёрдого тела. В S' $\overrightarrow{OP} = \vec{r}' = \text{const}$. Это неизменный вектор, поскольку и точка, и оси фиксированы в твёрдом теле. В S $\overrightarrow{OP} = \vec{r}$, $\vec{r} \neq \vec{r}'$. Компоненты \vec{r} и \vec{r}' связаны с помощью матрицы перехода: $\vec{r} = A\vec{r}'$. Здесь A — матрица перехода от S' к S .

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Это ортогональная матрица, $A^{-1} = A^T$. Также в ней сумма квадратов элементов каждого столбца и строки равна единице, а столбцы и строки взаимно ортогональны между собой. Среди элементов матрицы A только 3 независимых.

$$\vec{R} = \vec{R}_O + A\vec{r}'. \quad (1.12)$$

Оказывается, чтобы задать положение твёрдого тела в пространстве, нужно задать 6 параметров: три компоненты вектора \vec{R}_O и три независимых элемента матрицы A . Иными словами, свободное тело обладает шестью степенями свободы.

Чтобы задать ориентацию твёрдого тела в пространстве, как уже было сказано, нужно три числа. Способов задания этих трёх элементов существует много, но исторически первым и самым распространённым является метод **углов Эйлера**.

Рассмотрим систему координат $OXYZ$. Из начала координат O построим другую систему координат $Oxyz$, произвольно расположенную относительно первой. Построим плоскость Oxy и обозначим прямую пересечения этой плоскости с плоскостью OXY как ON — это **линия узлов**. Это термин из астрономии: углы Эйлера были введены для изучения качания Луны относительно центра масс.

1. Угол между OX и ON — это **угол прецессии**. Он обозначается Ψ .
2. Угол между OZ и Oz — это **угол нутации**. Он обозначается θ .
3. Угол между ON и Ox — это **угол собственного вращения**. Он обозначается ϕ .



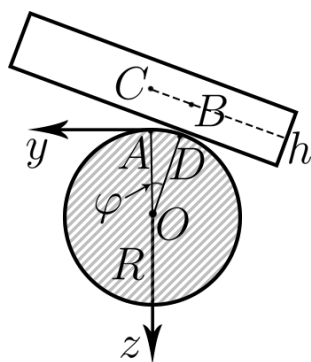


Рис. 1.10

Ψ , θ и ϕ — это углы Эйлера. Задание этих углов и определяет положение твёрдого тела.

Предположим, что в начальный момент времени оси OX , OY и OZ совпадали с осями Ox , Oy и Oz . В конечное состояние, изображённое на рис. 1.10, можно перейти тремя последовательными поворотами.

1. Поворот на угол Ψ вокруг OZ (матрица поворота A_1). Если смотреть из окончания вектора \overrightarrow{OZ} , то поворот осуществляется против часовой стрелки. После этого поворота ось OX переходит в линию узлов ON .
2. Поворот на угол θ вокруг линии узлов (матрица поворота A_2).
3. Поворот на угол ϕ вокруг оси Oz (матрица поворота A_3). Название «угол собственного вращения» связано с тем, что вращение производится вокруг оси, связанной с самим телом.

Результирующая матрица поворота, очевидно, равна произведению матриц отдельных поворотов: $A = A_1 A_2 A_3$. Элементы матриц A_1 , A_2 и A_3 можно выписать с помощью углов Ψ , θ и ϕ . Получающиеся при этом формулы довольно громоздки, так что не будем их приводить; в случае необходимости можно обратиться к учебнику.

Если поменять элементарные повороты местами, то результирующий поворот твёрдого тела окажется другим. Это также следует из того, что операция умножения матриц не является коммутативной. Поэтому повороты нужно выполнять именно в той последовательности, которая была описана выше.

Вращение тела вокруг неподвижной точки обладает тремя степенями свободы. Можно представить это так: в неподвижной точке установлен сферический шарнир, который может поворачиваться в любом направлении.

Можно также воспользоваться таким представлением. В начальный момент абсолютная система координат $OXYZ$ совпадала с системой координат $Oxyz$. Тогда в начальный момент $A = E$, а $\vec{r} = \vec{r}^0$ (рис. ??). Теперь повернём тело. После этого в абсолютной системе координат \vec{r} поменялся, $\vec{r} = A\vec{r}^0$ (рис. ??). Поскольку $A^{-1} = A^T$, то $AA^T = E$. Значит, $(\det A)^2 = 1$. В начальный момент $\det A = \det E = 1$, поэтому при любом повороте его матрица будет иметь определитель равный единице. В связи с этим говорят, что движение твёрдого тела с неподвижной точкой задаёт собственное ортогональное преобразование пространства.

Оказывается также, что три поворота на углы Эйлера эквивалентны одному повороту вокруг некоторой оси, проходящей через неподвижную точку.

!

Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

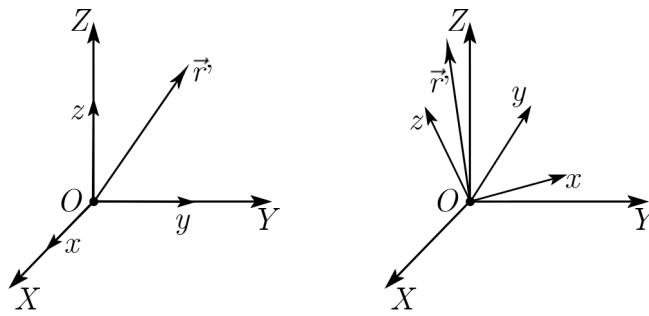


Рис. 1.11

Теорема 2 (Теорема Эйлера о конечном перемещении твёрдого тела, имеющего неподвижную точку). Произвольное перемещение твёрдого тела, имеющего одну неподвижную точку, можно осуществить вращением вокруг некоторой оси, проходящей через эту точку. *

Обсуждение этой теоремы будет на следующей лекции.

!

Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu